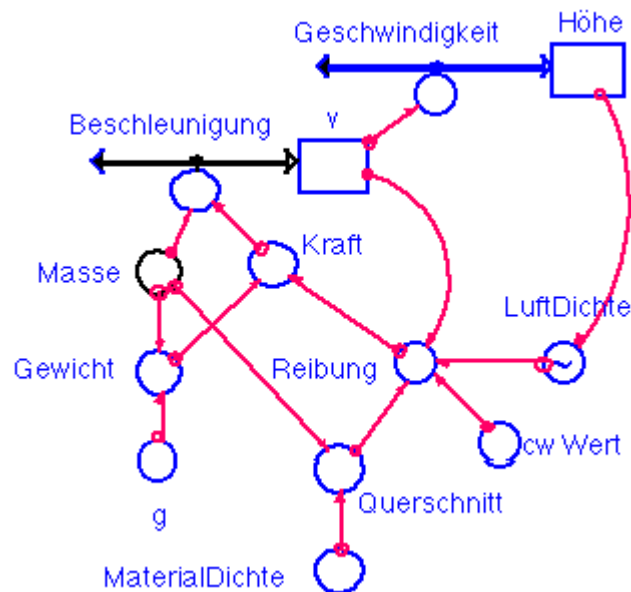


Modellierung von Bewegungsvorgängen



**Kinematik
&
Dynamik**

Eindimensionale Bewegungsabläufe:

*Ein mathematisches Modell eines zeitabhängigen Prozesses wird auch als **dynamisches System** bezeichnet.*

Die Bewegung eines Körpers wird beschrieben durch:

- Zustandsgrößen, z.B. $x(t)$, $v(t)$, ...
- **Veränderungsraten**, z.B. Δx , Δv , ...
- **Einflussgrößen**, z.B. F
- **Startbedingungen**

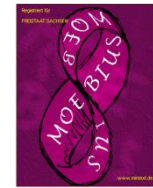
Modell: Zustand(neu) := Zustand(alt) + **Veränderung**
Zeit(neu) := Zeit(alt) + Zeitintervall

algorithmische $x := x + dx \leftarrow \text{Veränderungsrate} \leftarrow \text{Einflussgröße}$
Beschreibung: $t := t + dt$
(MOEBIUS)

... für kleine Zeitintervalle dt

(1) eindimensionales Bewegungsmodell (Kinematik):

... rückwärts erstellen ...



	Programmzeile	Kommentierung
$v = v + a * dt$	$dv = a * dt$	// Geschwindigkeitsänderung
	$v = v + dv$	// neue Geschwindigkeit
$x = x + v * dt$	$dx = v * dt$	// Ortsänderung (Wegstrecke)
	$x = x + dx$	// neuer Ort
	$t = t + dt$	// Zeitzunahme

► Modell einer gleichförmigen Bewegung

► Modell einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung ($a \neq 0$)

Bedingungen in einer Simulation:

z.B.: if $v=0$ then $a=0$

(2) Simulation von Bewegungen unter Krafteinwirkung (Dynamik):

Eine Bewegung wird durch äußere Einflüsse (**Kräfte**) bestimmt, die die Beschleunigung beeinflusst.

$$a=f(F) \xrightarrow{\text{NGG}} a = F/m$$

Dynamik

$$a = F/m$$

kinematisches
Bewegungsmodell

$$\begin{aligned} v &= v + a * dt \\ x &= x + v * dt \\ t &= t + dt \end{aligned}$$

$a \neq 0$: gleichmäßig beschleunigte
Bewegung

$a = 0$: gleichförmige Bewegung

Für F (und m) konstant ergibt sich eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Die Kraft F kann durch andere Parameter (Reibungszahl, Geschwindigkeit, Weg, Zeit, Dichte, Form, ...) beeinflusst werden.

$$F = f(\mu, v, x, t, \dots)$$

freier Fall

$$FG = m \cdot g$$

$$a = FG/m$$

$$v = v + a \cdot dt$$

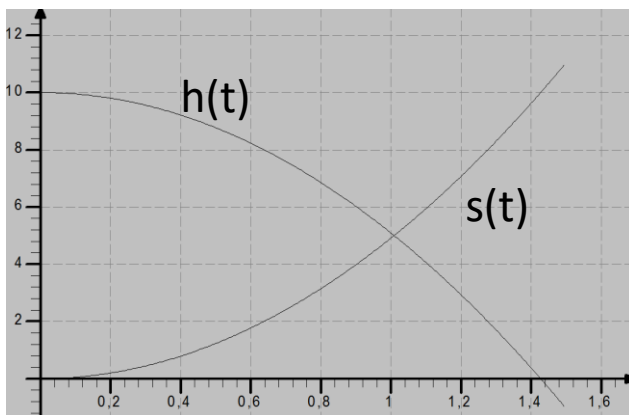
$$x = x + v \cdot dt$$

$$h = s - x$$

$$t = t + dt$$

s ... Starthöhe

h ... Höhe zur Zeit t



Fall mit Luftwiderstand

$$FG = m \cdot g$$

$$FR = 0,5 \cdot c_w \cdot FL \cdot \rho \cdot v \cdot v$$

$$F = FG - FR$$

$$a = F/m$$

$$dv = a \cdot dt$$

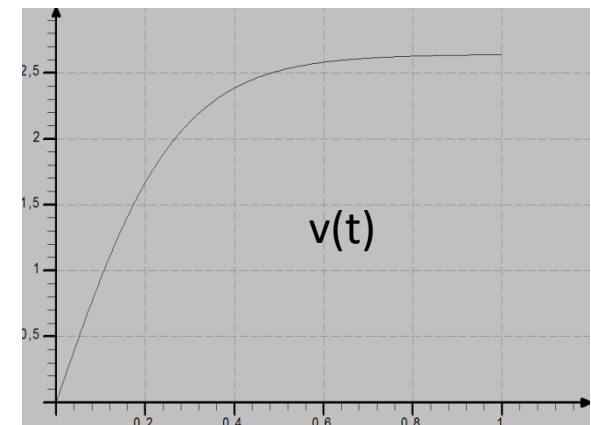
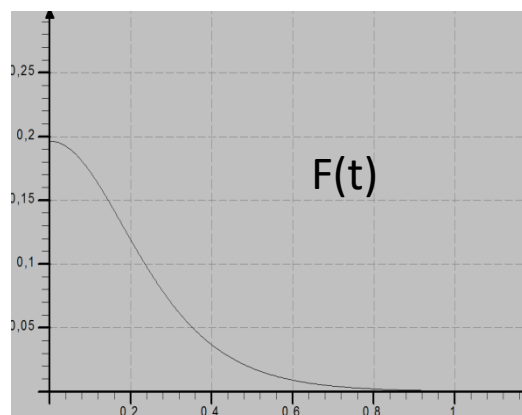
$$v = v + dv$$

$$dx = v \cdot dt$$

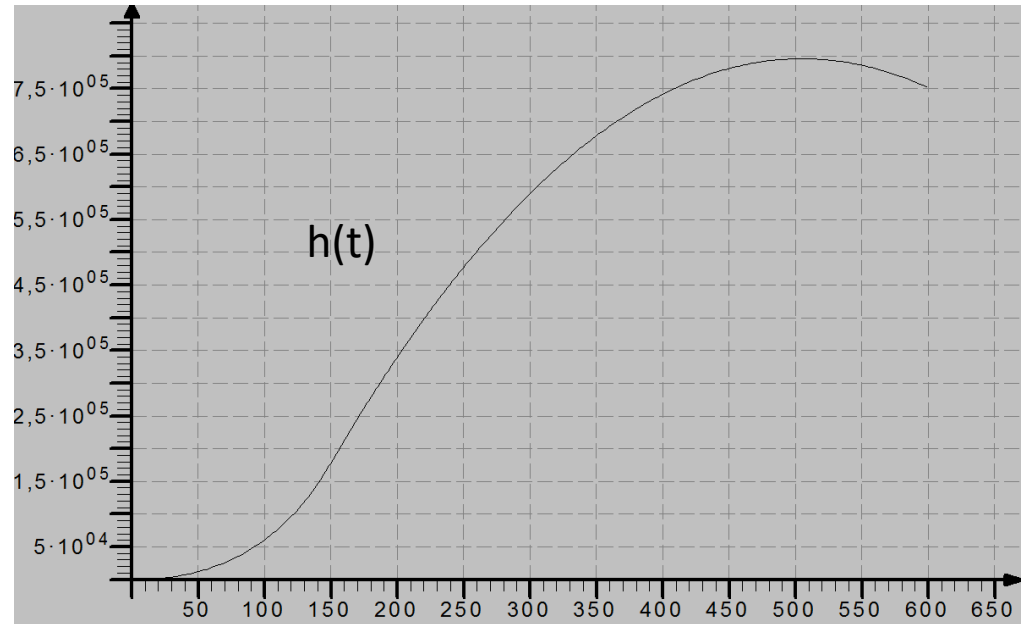
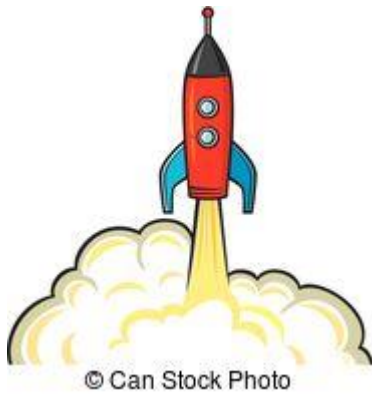
$$x = x + dx$$

$$h = s - x$$

$$t = t + dt$$



Raketenstart:



$$mT := mT - D \cdot dt$$

$$m = mR + mT$$

$$F_g = m \cdot 9,81$$

$$F = F_s - F_g$$

$$a := F/m$$

$$v := v + a \cdot dt$$

$$h := h + v \cdot dt$$

$$\text{if } mT \leq 0 \text{ then } D = 0; F_s := 0$$

$$t := t + dt$$

