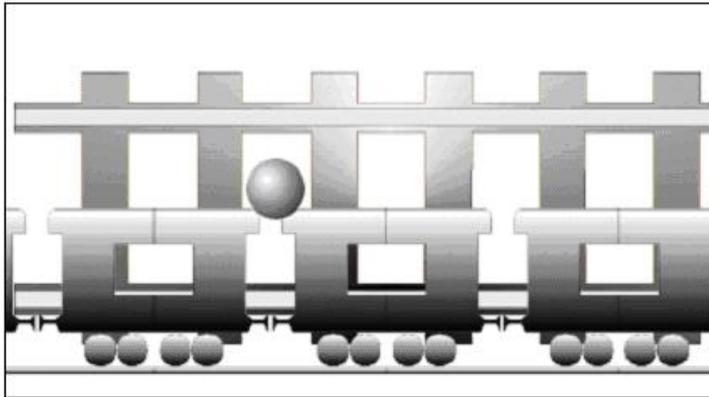


Relativität der Länge

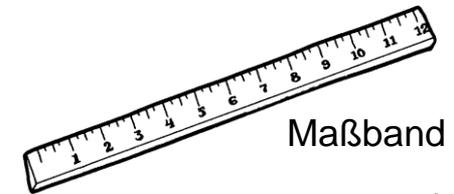


Einstein-Zug

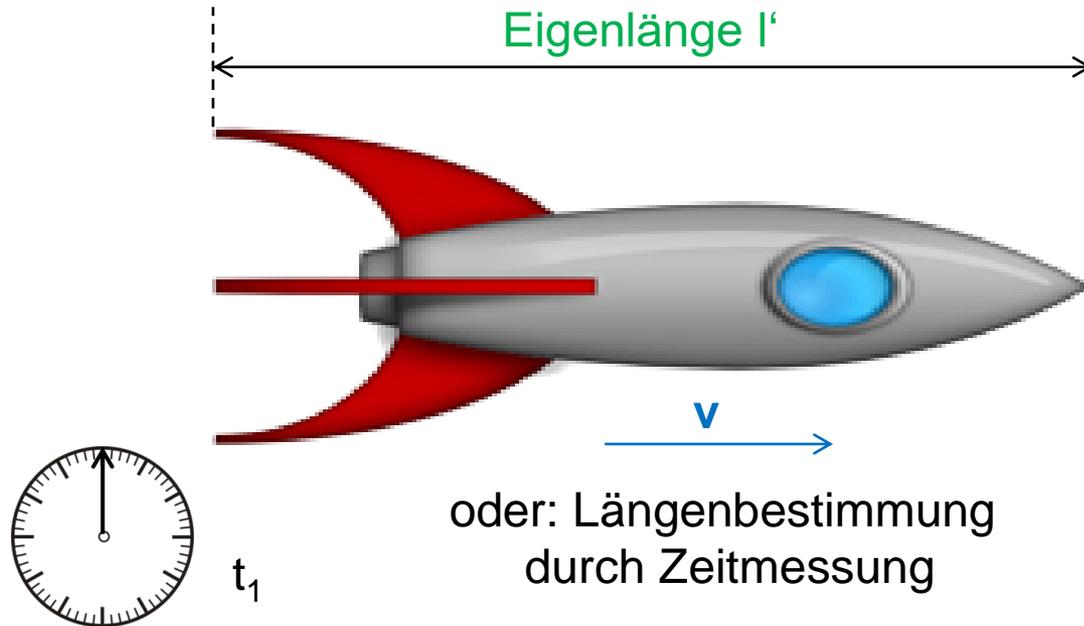
In der klassischen Physik ist die Länge eine invariante Größe, d.h. die Länge (Ausdehnung) eines Körpers ist unabhängig vom gewählten Bezugssystem S oder S' $\rightarrow l = l'$.

Längenmessung bewegter Objekte:

Längenmessung im bewegten System:



Die Länge, die ein Beobachter in seinem Inertialsystem misst, nennt man *Eigenlänge*.

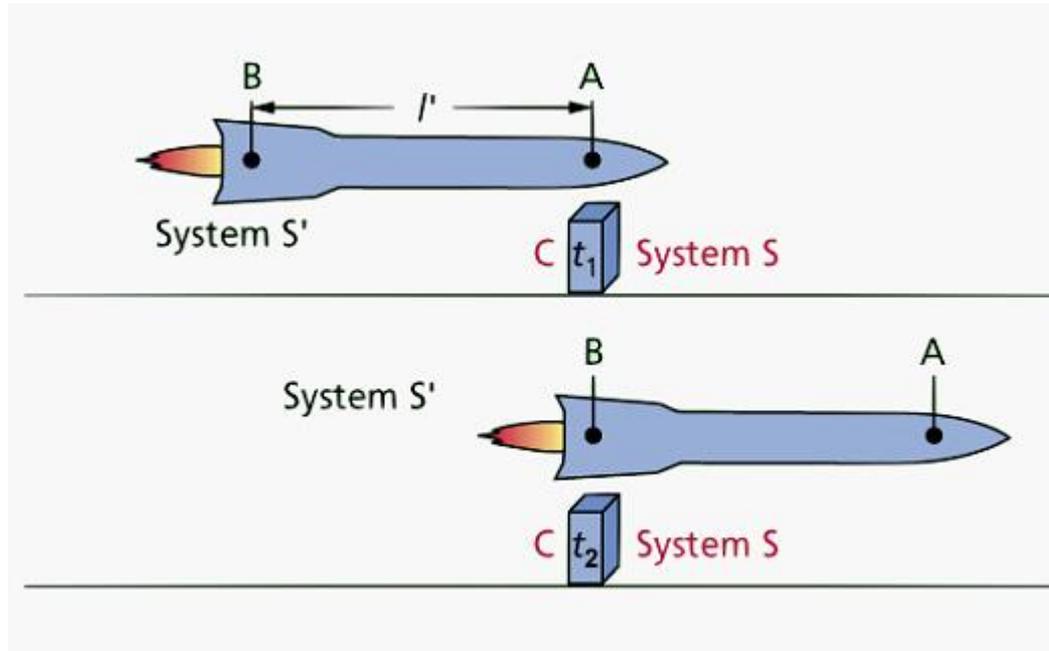


$$l = v \cdot t = v \cdot (t_2 - t_1) = v \cdot \Delta t$$

Die Uhren im ruhenden und bewegten System gehen aber unterschiedlich (Zeitdilatation).

$$l = l' ?$$

Zeitmessung in beiden (ruhenden und bewegten) Systemen



aus Sicht des bewegtes Systems S':

$$l' = v \cdot (t_2' - t_1') = v \cdot \Delta t'$$

(Eigenlänge)

aus Sicht des ruhenden Systems S:

$$l = v \cdot (t_2 - t_1) = v \cdot \Delta t$$

l ... relativistische Länge

Da, wegen der Zeitdilatation, $\Delta t' > \Delta t$ ergibt sich: $l' > l$

Dem Beobachter im System S erscheint die Länge des Objektes kürzer.

Ein mit hoher Geschwindigkeit bewegtes Objekt erscheint für einen ruhenden Beobachter in Bewegungsrichtung verkürzt.

► **Längenkontraktion**

mathematische Beschreibung:

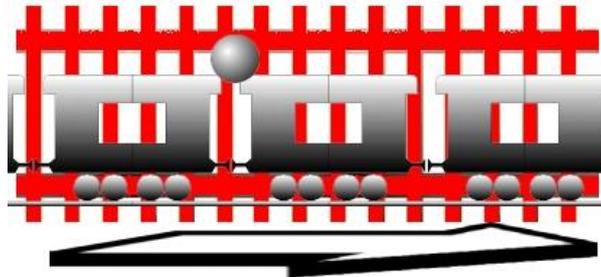
$$\frac{l}{l'} = \frac{v \cdot \Delta t}{v \cdot \Delta t'} = \frac{\Delta t}{\Delta t'} \quad \longrightarrow \quad l = l' \cdot \frac{\Delta t}{\Delta t'}$$

Mit der Gleichung der Zeitdilatation erhält man:

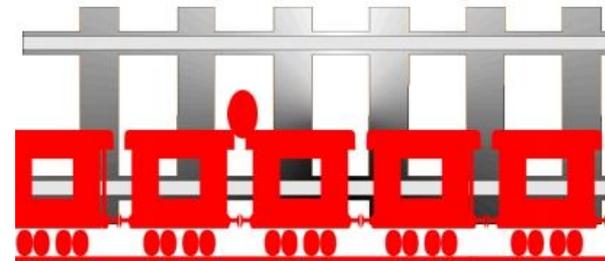
$$l = l' \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{l'}{\gamma}$$

l' ... Eigenlänge

l ... relativistische Länge



mitbewegter Beobachter

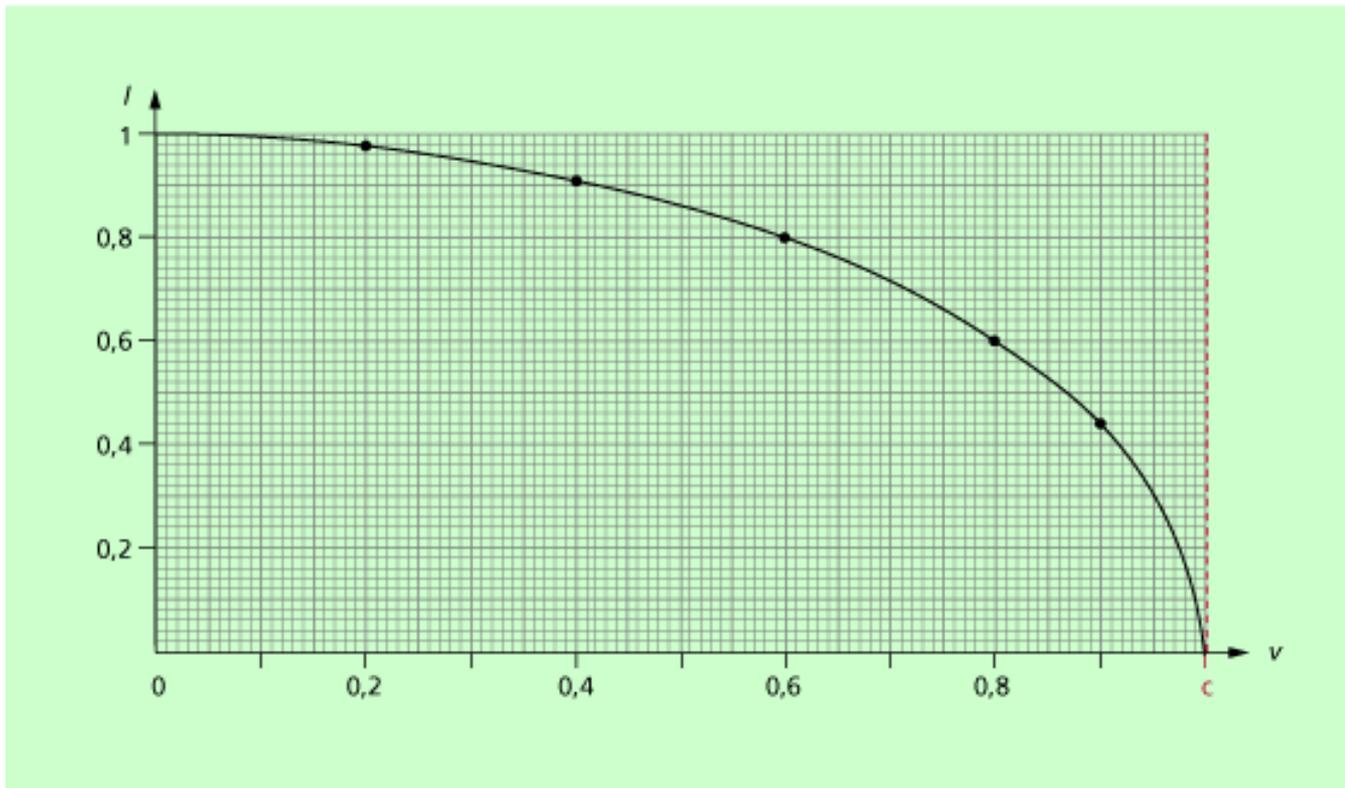


außenstehender Beobachter

→ Der Zug erscheint verkürzt !

Die Längenkontraktion tritt nur in Bewegungsrichtung auf.

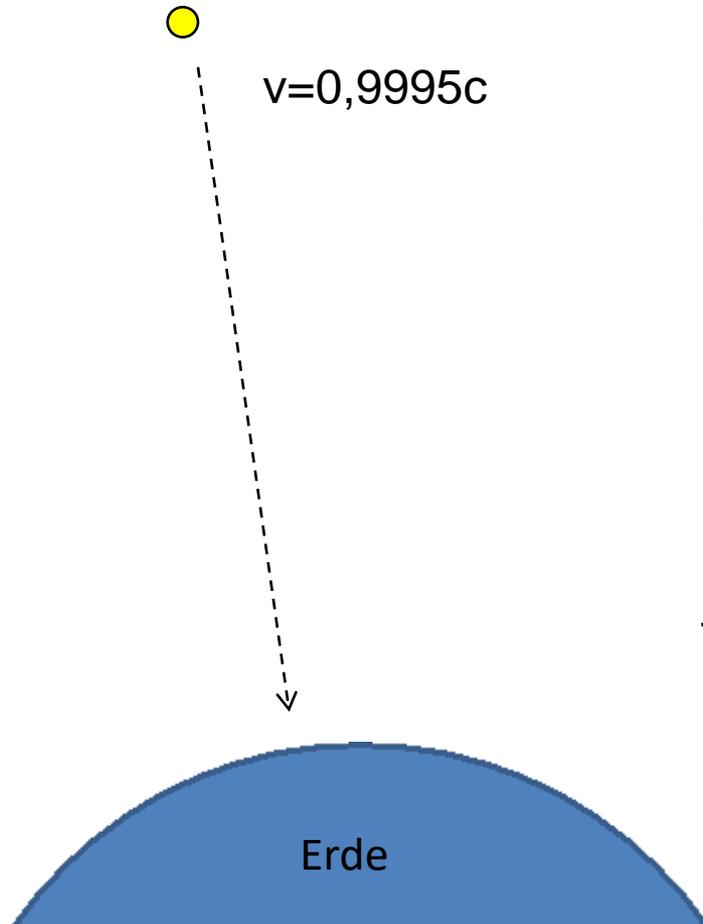
grafische Veranschaulichung:



- Für kleine Geschwindigkeiten hat sie keine Bedeutung.
- Mit Annäherung an die Lichtgeschwindigkeit erscheint der bewegte Körper zunehmend stärker verkürzt.
- Für $v = c$ schrumpft die Ausdehnung auf 0.

Ist die Längenkontraktion realistisch?

Das Myonenexperiment:



Myonen sind kleinste Elementarteilchen, die durch die kosmische Strahlung, in der Atmosphäre der Erde (ca. 20km Höhe) gebildet werden und eine mittlere Lebensdauer von $2,2\mu\text{s}$ besitzen.

klassische Berechnung:

$$s = v \cdot t = 0,9995c \cdot 2,2\mu\text{s}$$

$$s \approx 660\text{m} \quad (\textit{maximale Wegstrecke})$$

Myonen können die Erdoberfläche nicht erreichen.



relativistische Rechnung:

$$\text{Wegstrecke: } s' \approx 21\text{km}$$

es geht doch!



Berechnung mit Zeitdilatation:

$$t = 2,2\mu\text{s} \rightarrow t' \approx 70\mu\text{s} \quad s' = v \cdot t' \approx 21\text{km}$$