Energiebilanz in einem Schwingkreis

1. Ein idealer LC-Parallelschwingkreis besteht aus einem Kondensator C=5µF und einer Spule L=127mH. Der Kondensator wird mit U=6,0V aufgeladen. Zur Zeit t=0 beginnt die Entladung und es entsteht eine elektromagnetische Schwingung mit der Periodendauer T.
   a) Bestimmen Sie die Frequenz und Periodendauer dieser elektromagnetischen Schwingung.
   b) Wie groß ist die Gesamtenergie in diesem (idealen) Schwingkreis?
   c) Berechnen Sie m.H. der Energiebilanz die maximale Stromstärke, die in diesem Schwingkreis fließen kann.
   d) Geben Sie die Gleichungen für u(t) und i(t) an.
   e) Zeichnen Sie den Verlauf von Spannung und Stromstärke für 2 Perioden in einem gemeinsamen Diagramm. *(doppelte Achsenbezeichnung für u und i)*
   f) Berechnen Sie die Anteile an elektrischer und magnetischer Feldenergie zur Zeit t=1ms.

2. Der Schwingkreis der Aufgabe 1 wird als real betrachtet. Je Periode gehen 20% der Schwingungsenergie verloren.
   a) Berechnen Sie die Spannung am Kondensator nach 1 (2, … 5) Perioden.
   b) Zeichnen Sie das Bild für u(t) für diesen realen Schwingkreis.
   c) Wie könnten die Energieverluste im Schwingkreis zur Erzeugung ungedämpfter elektromagnetischer Schwingungen ausgeglichen werden?

3. Abituraufgabe (GK)
   Ein Plattenkondensator mit dem Dielektrikum Luft besitzt eine Kapazität von C_0=220pF. Verbindet man den Kondensator mit einer Spule L=850mH entsteht ein Schwingkreis. Zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten ε_r einer Flüssigkeit, wird der Innenraum des Kondensators vollständig mit der Flüssigkeit gefüllt.
   Der Schwingkreis wird nun mit einem Frequenzgenerator mit der Erregerfrequenz f_E verbunden und die Stromstärke im Schwingkreis gemessen. Es ergaben sich folgende Messwerte:

f_E in kHz	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2	3,6	4,0
I in mA	45	60	85	125	185	140	95	65	45	40

   a) Stellen Sie die Abhängigkeit $I=f(f_E)$ grafisch dar und erläutern Sie diesen Verlauf.
   b) Bestimmen Sie die Dielektrizitätskonstante der Flüssigkeit.

Lösungen:

1. a) $f = \frac{1}{2\pi\cdot\sqrt{5\cdot 10^{-6}F\cdot 0{,}127H}} = 200Hz$ T=5ms

   b) $E_{ges} = E_{el}(0) = \frac{1}{2}C\cdot U^2 = 9\cdot 10^{-5}J = 90\mu J$

   c) $E_{el} = E_{mag}$ $\frac{1}{2}C\cdot U^2 = \frac{1}{2}L\cdot I^2$ $I = U\cdot\sqrt{\frac{C}{L}} = 0{,}0376A = 37{,}6mA$

   d) $u(t) = 6V\cdot\cos(400\pi\cdot t)$ $i(t) = 37{,}6mA\cdot\sin(400\pi\cdot t)$

   f) u(1ms)=1,854V E_{el}=8,6µJ
   i(1ms)=35,76mA E_{mag}=81,2µJ

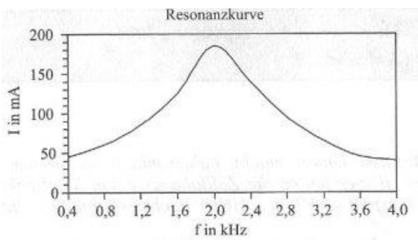
2. a) $U = \sqrt{\frac{2E}{C}}$

Periode	0	1	2	3	4	5
E in µJ	90	72	57,6	46,1	36,9	29,5
U in V	6	5,37	4,8	4,29	3,84	3,44

   Diagramm: gedämpfte Schwingung mit U_0=6V …

   c) periodische Energiezufuhr durch Kopplung …

3. a)



bei Annäherung an die Eigenfrequenz findet eine immer stärkere Energieumwandlung zwischen Kondensator und Spule statt. Die Stromstärke erreicht ein Maximum – Resonanz!

   b) Resonanz bei maximaler Stromstärke bei f_E=2kHz
   $C_{Fl} = \frac{1}{(2\pi f)^2\cdot L}$ =7,45nF
   $\varepsilon_r = \frac{C_{Fl}}{C_0} = 33{,}86 \approx 34$