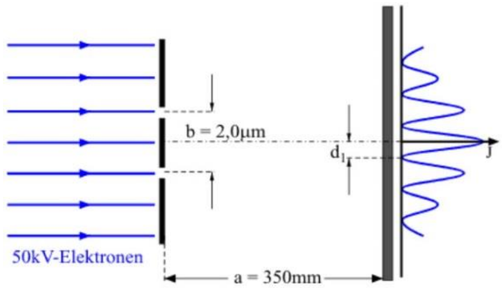
Wellencharakter von Teilchen

1. In einer Elektronenstrahlröhre werden die Teilchen in einem elektrischen Feld der Spannung U=400V beschleunigt.
   a) Berechnen Sie die maximale Geschwindigkeit und Impuls der Elektronen.
   b) Welche DE BROGLIE – Wellenlänge kann den Elektronen zugeordnet werden?
   c) Wie verändert sich quantitativ die Wellenlänge, wenn die Spannung verdoppelt wird?

2. a) Leiten Sie eine allgemeine Gleichung zur Berechnung der De Broglie-Wellenlänge von Elektronen aus der Beschleunigungsspannung U_B her.
   b) Geben Sie die Gleichung zur Berechnung der kinetischen Energie von Elektronen in Abhängigkeit der De BROGLIE – Wellenlänge an.
   c) Welche kinetische Energie müssen Elektronen besitzen, um eine DE BROGLIE-Wellenlänge von 25pm (1,5pm) zu besitzen?
   c) Welchen Geschwindigkeiten der Elektronen von Aufgabe b) entspricht das? Beurteilen Sie die Ergebnisse.

3. Berechnen Sie für Lichtquanten und Elektronen der Wellenlänge λ=0,1nm den Impuls und die Bewegungsenergie.

4. Beim Doppelspaltversuch nach „Jönnson" werden schnelle Elektronen auf einen Doppelspalt geschossen und auf einer Fotoplatte registriert (s. Abbildung).
   a) Berechnen Sie aus den Angaben in der Zeichnung den Abstand der beiden Interferenzmaxima 1. Ordnung.
   b) Beurteilen Sie die Sichtbarkeit der Interferenzfigur.
   c*) Welcher Unterschied ergibt sich zur relativistischen Berechnung?



<u>Ergänzung</u>: Für Teilchengeschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit muss eine relativistische Rechnung erfolgen. Für die Wellenlänge λ bewegter Elektronen der Energie E_{kin} gilt:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_0 \cdot E_{kin} \cdot \left(1 + \frac{E_{kin}}{2 \cdot m_0 \cdot c^2}\right)}}$$

Lösungen:

1. a) U=400V $\quad E_{kin} = 400eV = 6{,}41 \cdot 10^{-17}J$ $\quad v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = 1{,}186 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$ $\quad p = 1{,}08 \cdot 10^{-23}Ns$

   b) $\lambda = \frac{h}{p} = 6{,}13 \cdot 10^{-11} m = 61{,}3pm$

   c) doppelte Spannung = doppelte Energie → v und p steigen um $\sqrt{2}$ (1,41) → Wellenlänge sinkt um $\frac{1}{\sqrt{2}}$

   λ = 43,4pm

2. a) $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$ $\quad v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot eU}{m}}$ $\quad \lambda = \frac{h}{m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot e \cdot U \cdot m}}$

   b) $E = \frac{m}{2} v^2$ $\quad v = \frac{h}{m \cdot \lambda}$ $\quad E = \frac{m}{2} \cdot \left(\frac{h}{m \cdot \lambda}\right)^2 = \frac{h^2}{2 \cdot m \cdot \lambda^2}$

   c) 25pm $\quad E = 3{,}86 \cdot 10^{-16}J = 2{,}4keV$
   1,5pm $\quad E = 1{,}07 \cdot 10^{-13}J = 0{,}67MeV$

   d) 25pm $\quad v = 2{,}9 \cdot 10^7 m/s$
   1,5pm $\quad v = 4{,}85 \cdot 10^8 m/s$ $\quad$ Überlichtgeschwindigkeit
   Rechnung mit relativistischer Masse ☺

3. a) Lichtquant: $E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 2 \cdot 10^{-15} J = 12{,}41 keV$ (Bewegung mit Lichtgeschw.)

   Elektron: $E = \frac{h^2}{2 \cdot m \cdot \lambda^2} = 2{,}41 \cdot 10^{-17}J = 150eV$ (klassisch: $v = 7{,}3 \cdot 10^6 m/s$)

4. a) $50keV = 8 \cdot 10^{-15}J$ $\quad v = 1{,}33 \cdot 10^8 m/s$ $\quad \lambda = 5{,}48 \cdot 10^{-12}m = 5{,}48pm$

   $\sin(\alpha_1) = \frac{\lambda}{b}$ $\quad \alpha_1 = 1{,}57 \cdot 10^{-4\circ}$ $\quad \tan(\alpha) = \frac{s}{a}$ $\quad s_1 = 9{,}6 \cdot 10^{-7}m$ $\quad 2s_1 = 1{,}92 \cdot 10^{-6}m = 1{,}92\mu m$

   b) Interferenzmaxima sind nur mit mikroskopischen Mitteln erkennbar

   c*) Gleichung s.o.: λ = 5,3pm (Abstand der Maxima <u>geringfügig</u> kleiner)