

Unschärferelation

- Der Ort eines Teilchens (Quants) wurde mit $\Delta x = 0,1 \text{ mm}$ genau bestimmt.
 - Berechnen Sie die Impulsunschärfe Δp .
 - Bestimmen Sie die Geschwindigkeitsunschärfe Δv für:
 - ein Elektron
 - eine Geschwindigkeit mit $m = 1 \text{ g}$.
 - Welche senkrecht zur Bewegung auftretende seitliche Abweichung können beide Teilchen bei der Geschwindigkeit von 550 m/s nach 50 m Wegstrecke aufweisen. Interpretieren Sie die Ergebnisse.
- Für Lichtquanten gilt die Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation $\Delta E \cdot \Delta t \geq h/4\pi$.
 - Leiten Sie diese aus der Orts-Impuls-Unschärferelation her.
 - Welche Schlussfolgerung ergibt sich daraus für die Wellenlänge (Frequenz) eines Lichtquants.
 - Berechnen Sie für $\Delta t = 10^{-8} \text{ s}$ die Energie- und Frequenzunschärfe eines Lichtquants.
- Elektronen mit vernachlässigbarer Anfangsgeschwindigkeit werden in einer Fernröhre mit der Spannung $2,0 \text{ kV}$ beschleunigt. Die Anodenöffnung habe den Durchmesser $x \Delta = 0,5 \mu\text{m}$.
 - Berechnen Sie die Geschwindigkeit und den Impuls der Elektronen, die sich durch die Anodenöffnung bewegen.
 - Welche De-Broglie-Wellenlänge kann ihnen zugeordnet werden?
 - Bestimmen Sie die Impulsunschärfe nach Durchlaufen der Anodenöffnung.
 - Wie stark ist der Elektronenstrahl aufgeweitet, wenn er auf den Bildschirm trifft, der 50 cm von der Anode entfernt ist?

Lösungen:

- $\Delta p = \frac{h}{4\pi \Delta x} = 5,27 \cdot 10^{-31} \text{ Ns}$ (schwer vorstellbar)
 - $\Delta v = \frac{\Delta p}{m_e} = 0,58 \text{ m/s}$
 - $\Delta v = \frac{\Delta p}{m_K} = 5,3 \cdot 10^{-28} \text{ m/s}$
 - Zeit für 50 m Wegstrecke: $t = \frac{s}{v} = 0,091 \text{ s}$
 seitliche Abweichung Δx :
 $\Delta x = \Delta v \cdot t$
 $\Delta x(\text{Elektron}) = \Delta v(\text{Elektron}) \cdot t = 5,27 \text{ cm}$
 $\Delta x(\text{Kugel}) = \Delta v(\text{Kugel}) \cdot t = 4,82 \cdot 10^{-29} \text{ m}$
- $\Delta x \cdot \Delta p = \frac{h}{4\pi}$ $\Delta p = \frac{h \cdot \Delta f}{c}$ einsetzen: $\Delta x \cdot \frac{h \cdot \Delta f}{c} = \frac{h}{4\pi}$
 $\frac{\Delta x}{c} \cdot \Delta E = \frac{h}{4\pi}$ $\Delta t \cdot \Delta E = \frac{h}{4\pi}$
 - Jeder Lichtquant besitzt eine von der Zeit Δt abhängige Energieunschärfe, die eine zugehörige Frequenzunschärfe Δf hervorruft.
 - $\Delta E = h \cdot \Delta f = \frac{h}{4\pi \Delta t}$ $\Delta f = \frac{1}{4\pi \Delta t} = 7,96 \cdot 10^6 \text{ Hz}$
- $E = 2 \text{ keV} = 3,2 \cdot 10^{-16} \text{ J}$ $v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = 2,65 \cdot 10^7 \text{ m/s}$
 $p = m \cdot v = 7,42 \cdot 10^{-23} \text{ Ns}$
 - $\lambda = \frac{h}{p} = 2,74 \cdot 10^{-11} \text{ m}$
 - $\Delta p = \frac{h}{4\pi \Delta x} = 1,055 \cdot 10^{-28} \text{ Ns}$
 - Zeit von Anode bis Schirm: $t = \frac{s}{v} = 1,89 \cdot 10^{-8} \text{ s}$
 $\Delta v = \frac{\Delta p}{m} = 115,8 \text{ m/s}$ maximale seitliche Ablenkung: $\Delta x = \Delta v \cdot t = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 2,2 \mu\text{m}$
 maximaler Ablenkwinkel (eine Seite): $\sin(\alpha) = \frac{\Delta x}{s}$ $\alpha = 2,51 \cdot 10^{-4} \text{ °}$
 Aufweitung des Elektronenstrahls: $\alpha_{ges} \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ °}$
 * Breite b des Lichtpunktes: $b \approx 5 \mu\text{m}$

