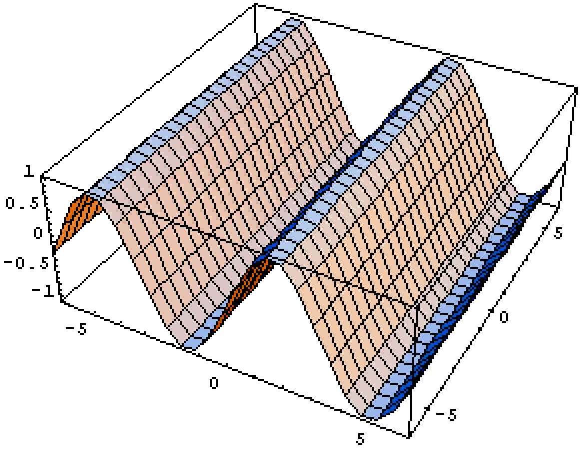
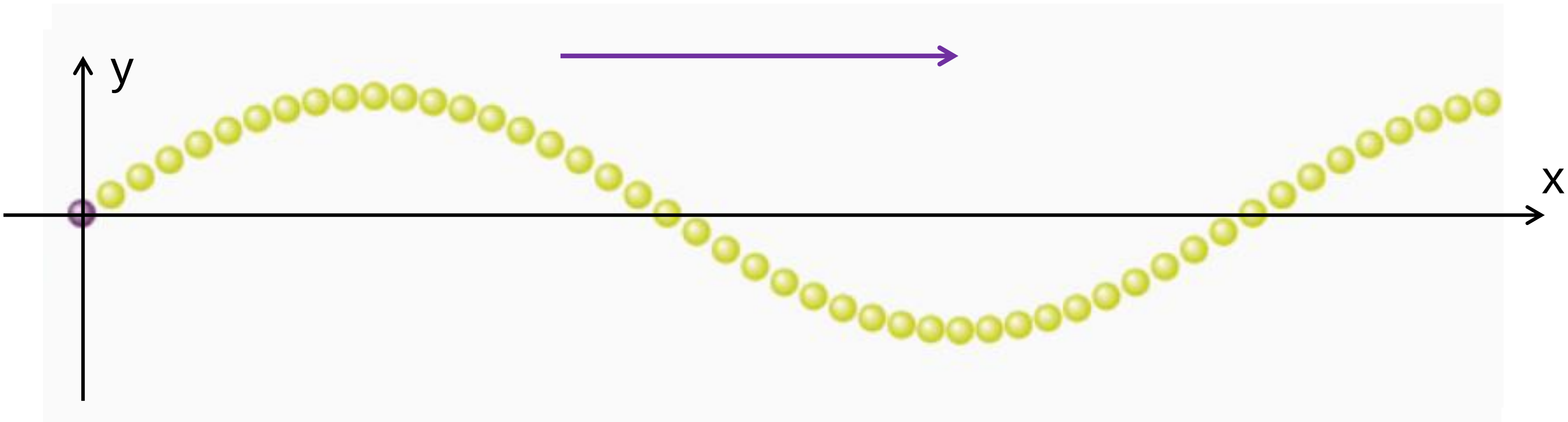
Beschreibung mechanischer Wellen



… am Beispiel einer harmonischen linearen Querwelle



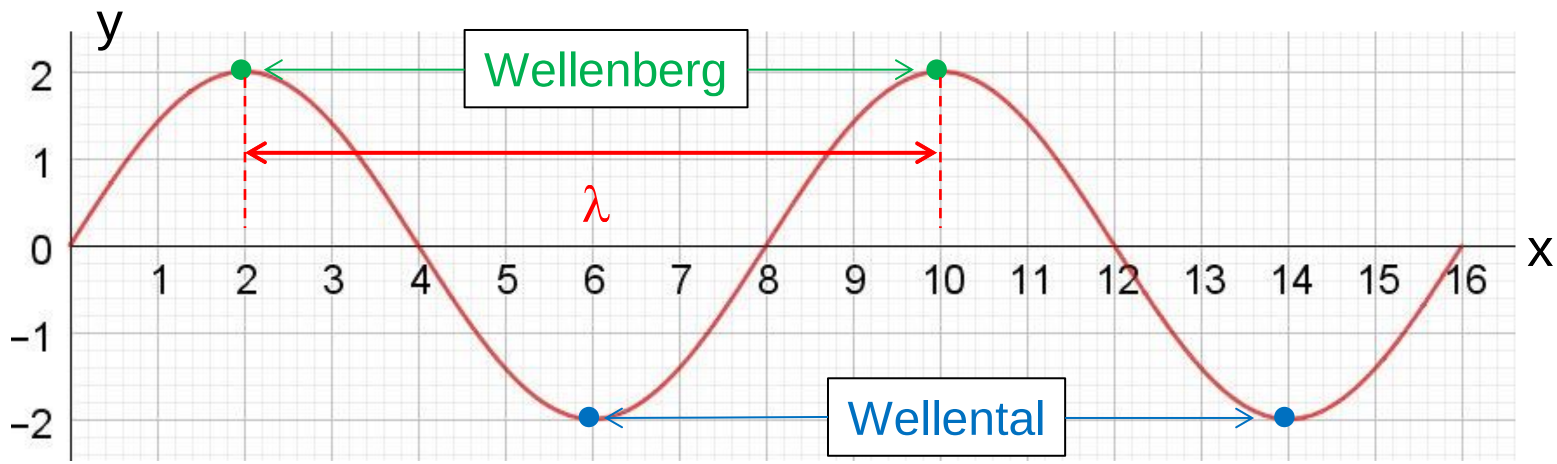
Der Schwingungszustand breitet sich längs des Wellenträgers in Richtung der x-Achse aus.

„Anhalten der Welle“  Momentaufnahme (t=konstant)

$\rightarrow$ *Zu einer Zeit t=konstant befinden sich die Schwinger des Wellenträgers in unterschiedlichen Schwingungszuständen.*

Die Auslenkung y der Schwinger an verschiedenen Orten x zu einer festen Zeit (t=konstant) wird als **Wellenbild** bezeichnet.

Das Wellenbild:



Einzelne Schwinger an verschiedenen Orten befinden sich im gleichen Schwingungszustand.

Schwinger mit maximaler (pos.) Auslenkung beschreiben einen Wellenberg.

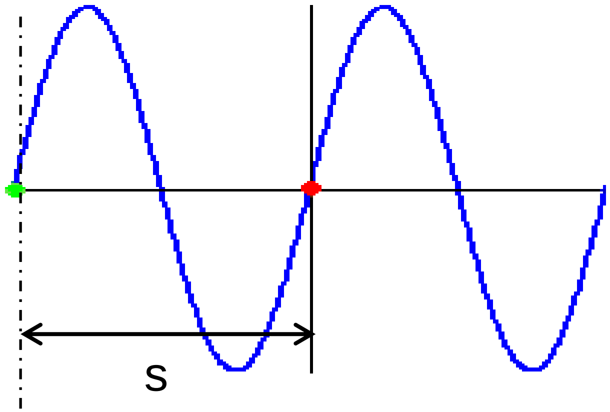
Schwinger mit maximaler (neg.) Auslenkung beschreiben ein Wellental.

Den minimalen räumlichen Abstand zweier Schwinger im gleichen Schwingungszustand in Ausbreitungsrichtung nennt man **Wellenlänge**.

Formelzeichen: λ Einheit: $[\lambda] = 1m$

Das Wellenbild kann mit einer periodischen Funktion y=f(x) beschrieben werden.

Ausbreitung der Welle:



- Bewegung eines Schwingers
- Bewegung der Welle

Der Schwingungszustand (hier y=0) legt die Strecke s in einer Zeit t zurück.

Die Ausbreitung einer Welle entlang des Wellenträgers kann durch ihre **Ausbreitungsgeschwindigkeit** beschrieben werden.

In einem homogenen Wellenträger breitet sich die Welle gleichförmig, also mit konstanter Geschwindigkeit, aus.

Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit **c** gilt:

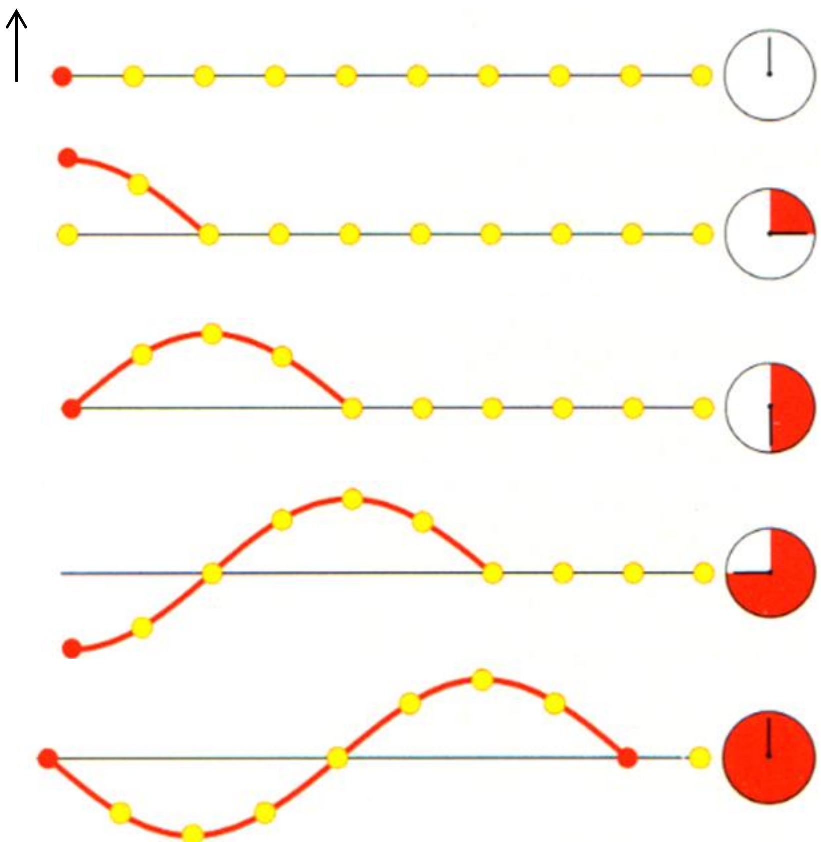
$$\boxed{c = \frac{s}{t}}$$

*Die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle wird auch **Phasengeschwindigkeit** genannt.*

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit c einer mechanischen Welle wird wesentlich durch den Wellenträger (Kopplungskräfte) bestimmt.

Zusammenhang von c, f, λ:

… Betrachtung einer Pendelkette



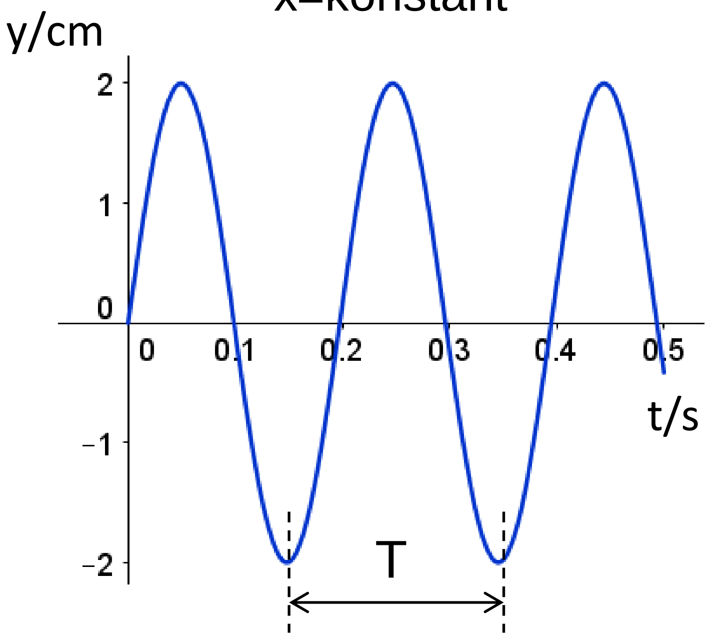
zeitlicher Ablauf	räumlicher Ablauf
t = 0	s = 0
t = ¼ T	s = ¼ λ
t = ½ T	s = ½ λ
t = ¾ T	s = ¾ λ
t = T	s = λ

In der Zeit t=T breitet sich die Welle (gleichförmig) um die Strecke s=λ aus.

Es gilt: $c = \frac{s}{t} = \frac{\lambda}{T}$ mit $f = \frac{1}{T}$ $\boxed{c = \lambda \cdot f}$ Grundgesetz der Wellenausbreitung

Der Vorgang der Wellenausbreitung ist durch eine <u>zeitliche</u> und <u>räumliche</u> Periodizität gekennzeichnet.

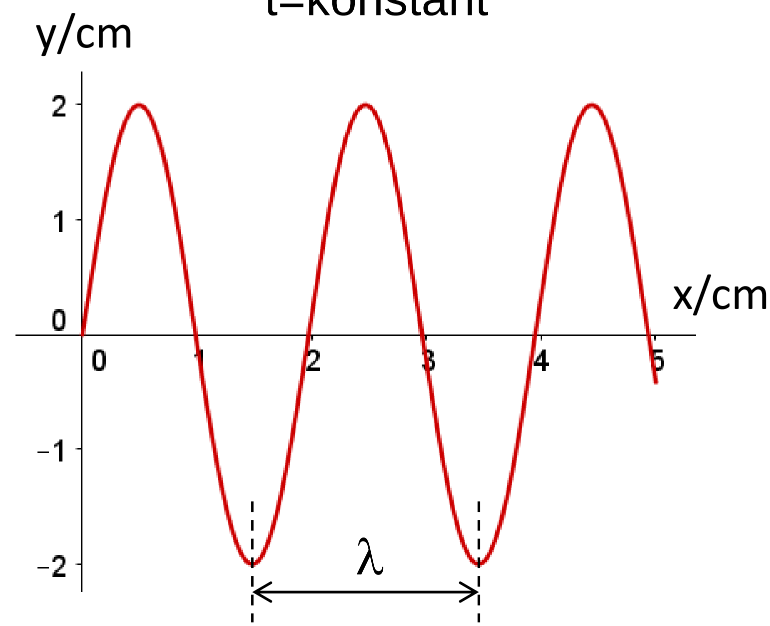
x=konstant



„Schwingungsbild“

$$y = f(t)$$

t=konstant



„Wellenbild“

$$y = f(x)$$

$\rightarrow$ *Die vollständige Darstellung erfolgt durch <u>zwei</u> Funktionsgraphen*

… Zusammenfassung !

Die zeitliche und räumliche Periodizität einer sich ausbreitenden harmonischen Welle kann mit Hilfe einer doppelt periodischen Funktion y=f(x,t) beschrieben werden.

→ Herleitung

► Wellengleichung

$$\boxed{y(x,t) = y_{max} \cdot \sin[2\pi \cdot (\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})}$$

Für x=konstant ergibt sich das **Schwingungsbild** eines Schwingers an einem festen Ort x.

(1) y = f(t) mit Parameter x

Für t=konstant erhält man das Wellenbild mehrere Schwinger zu einer bestimmten Zeit t.

(2) y = f(x) mit Parameter t

Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schallwellen:

Wie bestimmt man die Entfernung eines Beobachters von einem Gewitter (Blitzeinschlag)?

1. *Man zählt die Sekunden vom Zeitpunkt der Beobachtung des Blitzes bis zur Wahrnehmung des Donners.*

2. *Den Wert teilt man durch 3 und erhält die Entfernung in Kilometer.*

z.B.: t = 6s $\rightarrow$ s $\approx$ 2km $v \approx 330 m/s$

Eine Querwelle wird zur Zeit t durch Auslenkung in positive Richtung ausgelöst und breitet sich mit dem Geschwindigkeit c längs des Wellenträgers aus.

Anfangszustand: x=0 $y(0;t) = y_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Ausbreitung bis: $x_1>0$ $y(x_1;t) = y_{max} \cdot \sin[\omega \cdot (t - t_1)]$

da c = konstant: $x_1 = c \cdot t_1$ $t_1 = \frac{x_1}{c}$

$c = \frac{\lambda}{T}$ $\boxed{t_1 = \frac{x_1 \cdot T}{\lambda}}$

$$\omega \cdot (t - t_1) = \frac{2\pi}{T} \cdot (t - t_1)$$

$$\omega \cdot (t - t_1) = \frac{2\pi}{T} \cdot (t - \frac{x_1 \cdot T}{\lambda})$$

$$\omega \cdot (t - t_1) = 2\pi \cdot (\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda})$$

$$\boxed{y(x,t) = y_{max} \cdot \sin[2\pi \cdot (\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})]}$$

→ doppelt periodische Funktion

(1) y = f(x) mit Parameter t

(2) y = f(t) mit Parameter x

► Wellengleichung