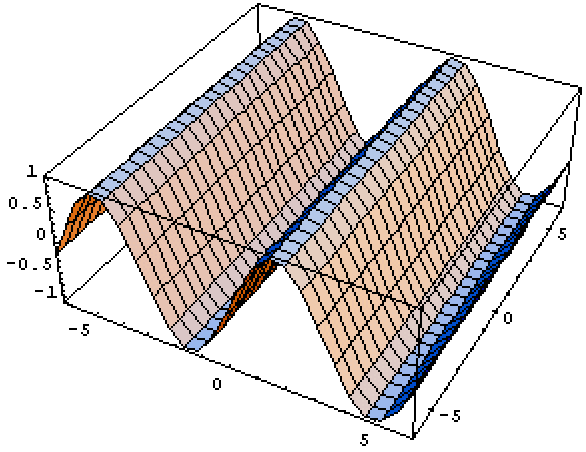
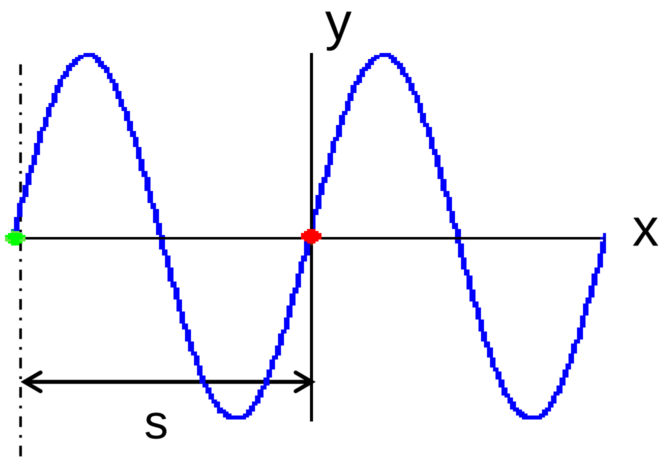
Beschreibung mechanischer Wellen



► Wellengleichung

Ausbreitung der Welle:



- Bewegung eines Schwingers
- Bewegung der Welle

Der Schwingungszustand (hier y=0) legt die Strecke s in einer Zeit t zurück.

Die Ausbreitung einer Welle entlang des Wellenträgers kann durch ihre **Ausbreitungsgeschwindigkeit** beschrieben werden.

In einem homogenen Wellenträger breitet sich die Welle gleichförmig, also mit konstanter Geschwindigkeit, aus.

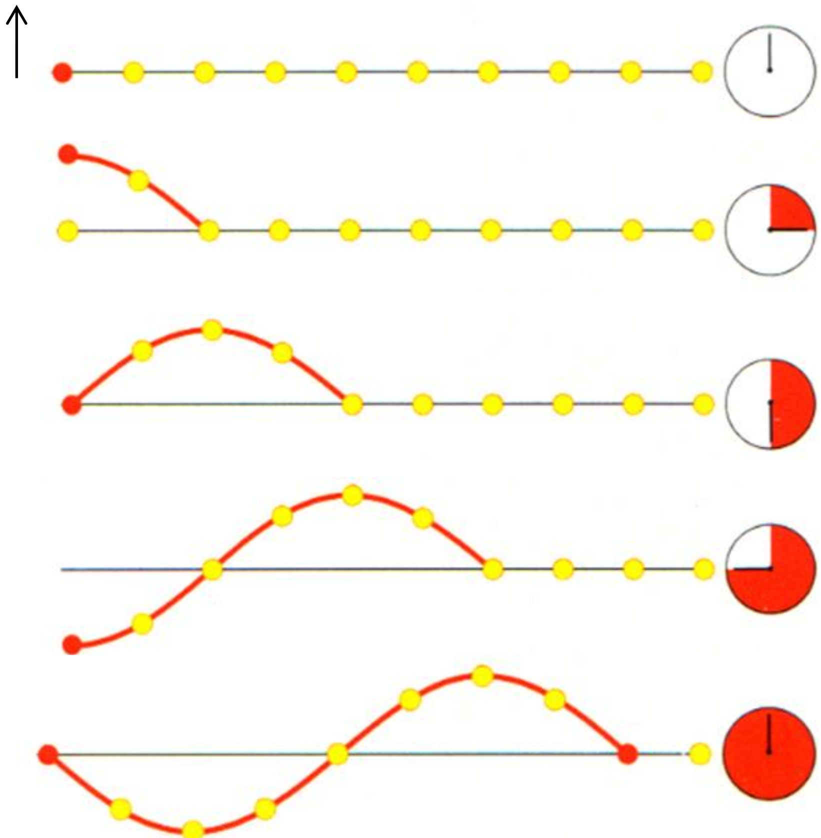
Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit **c** gilt:

$$\boxed{c = \frac{s}{t}}$$

$\rightarrow$ *Die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle wird auch **Phasengeschwindigkeit** genannt.*

Zusammenhang von c, f, λ:

… Betrachtung einer Pendelkette



zeitlicher Ablauf	räumlicher Ablauf
t = 0	s = 0
t = ¼ T	s = ¼ λ
t = ½ T	s = ½ λ
t = ¾ T	s = ¾ λ
t = T	s = λ

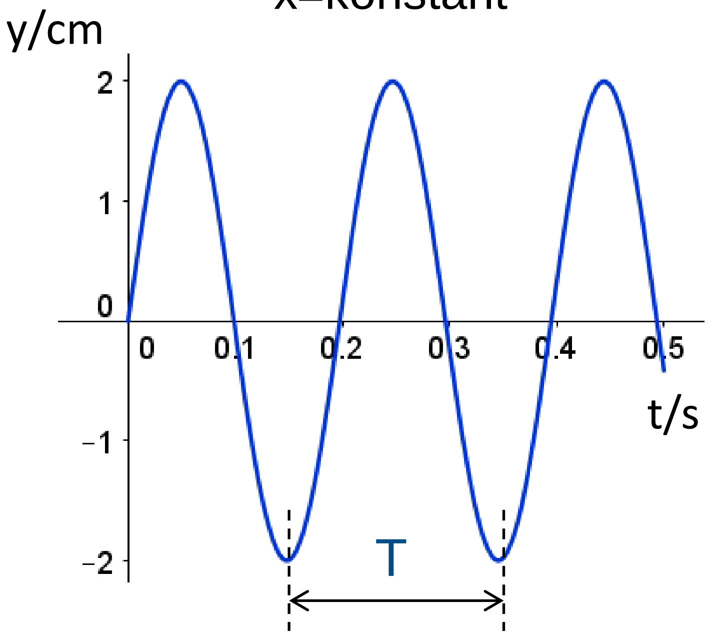
In der Zeit t=T breitet sich die Welle (gleichförmig) um die Strecke s=λ aus.

Es gilt: $c = \frac{s}{t} = \frac{\lambda}{T}$ mit $T = \frac{1}{f}$ $\boxed{c = \lambda \cdot f}$ Grundgesetz der Wellenausbreitung

Grafische Beschreibung

Die Ausbreitung einer Welle mit der Geschwindigkeit c kann durch ihre zeitliche (T) und räumliche Periodizität (λ) beschrieben werden.

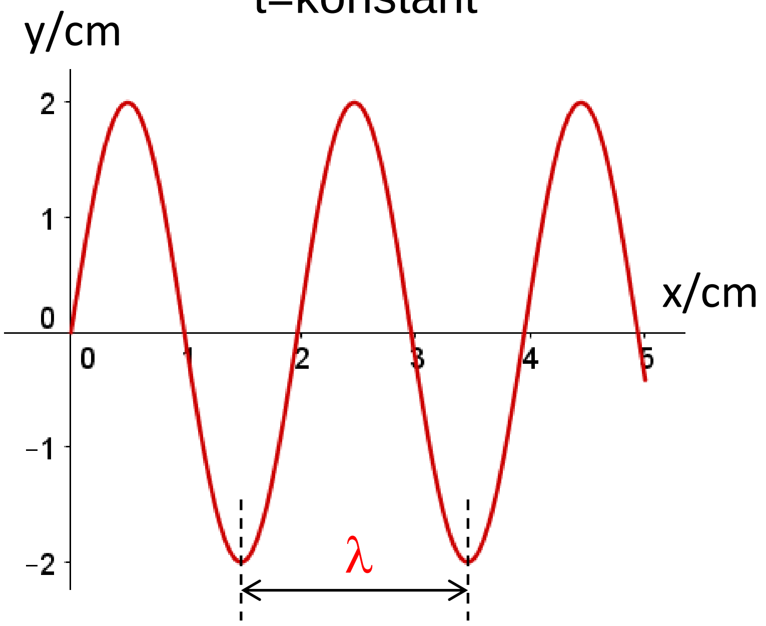
x=konstant



„Schwingungsbild“

$$y = f(t)$$

t=konstant



„Wellenbild“

$$y = f(x)$$

$\rightarrow$ *Die vollständige Darstellung erfolgt durch <u>zwei</u> Funktionsgraphen*

… Zusammenfassung !

Wellengleichung (harmonischer Wellen)

Die zeitliche und räumliche Periodizität einer sich ausbreitenden harmonischen Welle kann mit Hilfe einer doppelt periodischen Funktion y=f(x,t) beschrieben werden.

→ Herleitung

$$\boxed{y(x,t) = y_{max} \cdot \sin[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)]}$$

Für x=konstant ergibt sich das **Schwingungsbild** eines Schwingers an einem festen Ort x.

(1) y = f(t) mit Parameter x

Für t=konstant erhält man das **Wellenbild** mehrere Schwinger zu einer bestimmten Zeit t.

(2) y = f(x) mit Parameter t

Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schallwellen:

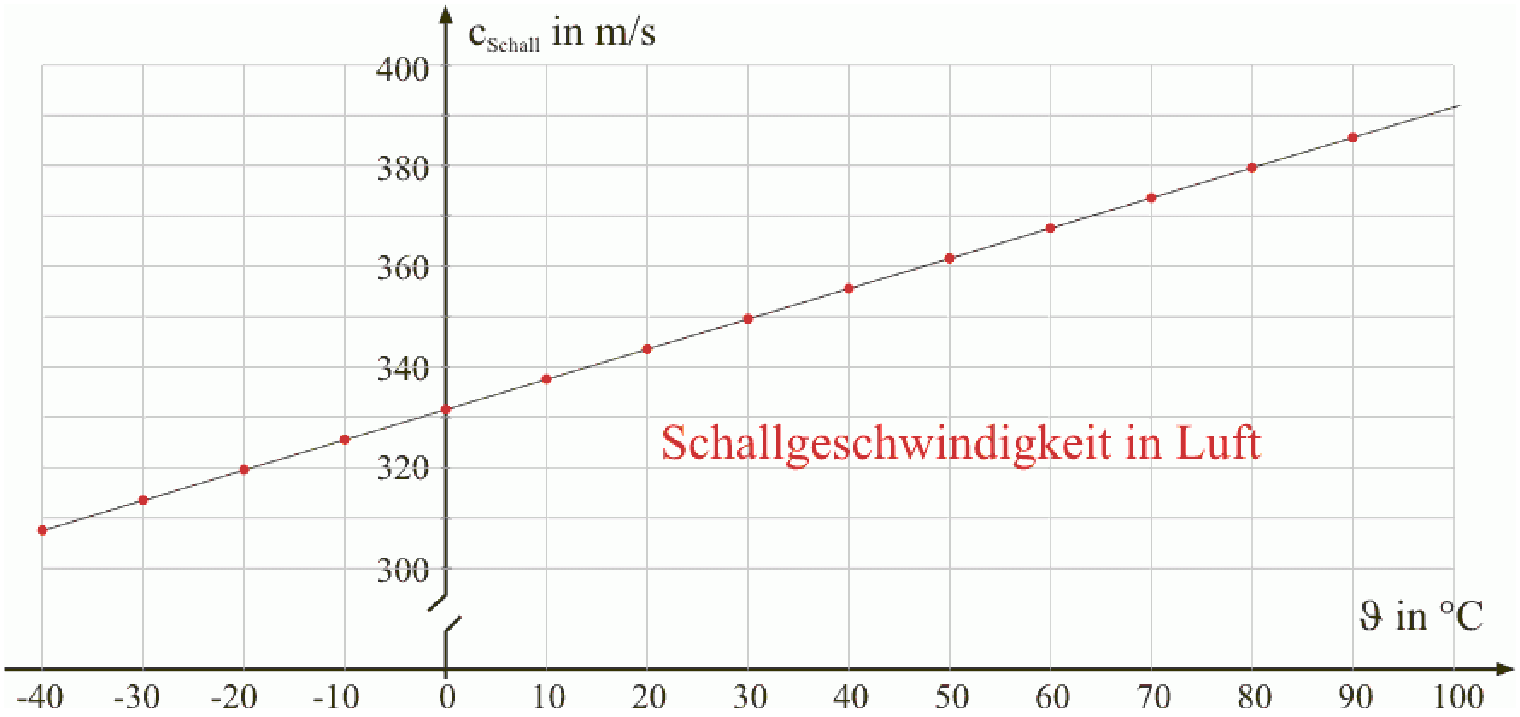
Wie bestimmt man die Entfernung eines Beobachters von einem Gewitter (Blitzeinschlag)?

1. Man zählt die Sekunden vom Zeitpunkt der Beobachtung des Blitzes bis zur Wahrnehmung des Donners.

2. Den Wert teilt man durch 3 und erhält die Entfernung in Kilometer.

z.B.: $t = 6s \rightarrow s \approx 2km$ $\quad c = \frac{2000m}{6s} \approx 333m/s$

Schallgeschwindigkeit in Luft



$$C_{Luft} \approx (331{,}5 + 0{,}6 * \delta)\,\frac{m}{s}$$

Die Schallgeschwindigkeit in Luft ist von der Temperatur und vom Luftdruck abhängig.

In Flüssigkeiten und festen Stoffen breitet sich Schall mit noch größeren Geschwindigkeiten aus.

Eine Querwelle wird zur Zeit t durch Auslenkung in positive Richtung ausgelöst und breitet sich mit dem Geschwindigkeit c längs des Wellenträgers aus.

Anfangszustand: x=0 $y(0;t) = y_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Ausbreitung bis: $x_1 > 0$ $y(x_1;t) = y_{max} \cdot \sin[\omega \cdot (t - t_1)]$

da c = konstant: $x_1 = c \cdot t_1$ $t_1 = \frac{x_1}{c}$

$c = \frac{\lambda}{T}$ $\boxed{t_1 = \frac{x_1 \cdot T}{\lambda}}$

$$\omega \cdot (t - t_1) = \frac{2\pi}{T} \cdot (t - t_1)$$

$$\omega \cdot (t - t_1) = \frac{2\pi}{T} \cdot (t - \frac{x_1 \cdot T}{\lambda})$$

$$\omega \cdot (t - t_1) = 2\pi \cdot (\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda})$$

$$\boxed{y(x,t) = y_{max} \cdot \sin[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)]}$$

$\rightarrow$ doppelt periodische Funktion

(1) y = f(x) mit Parameter t

(2) y = f(t) mit Parameter x

► Wellengleichung

zurück